

Profesor:  
Max Cantoral



# **RAZONAMIENTO MATEMÁTICO**

GRUPO PITÁGORAS

**TEMAS:**

**ACERTIJOS LÓGICOS -  
CORTES Y ESTACAS -  
SITUACIONES MÁXIMAS  
Y MÍNIMAS - CERTEZAS**



## CERTEZA :

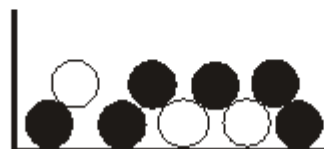
Conocimiento seguro y claro de algo, donde no hay temor de errar. En el curso, es el proceso por el cual obtenemos con seguridad y anticipación el resultado de un problema.

## PROBLEMAS SOBRE CERTEZAS

En estos problemas están presentes situaciones azarosas, es decir, aquellas en las que intervienen el azar y la inseguridad, pero, asimismo, la búsqueda del caso seguro en el menor número de ensayos. Por ejemplo, extraer con certeza (seguridad) una ficha roja de una bolsa negra llena con fichas verdes, azules y rojas con el menor número de extracciones posibles.

## SITUACIÓN AZAROSA :

¿Cuántas esferas deben extraerse de la urna mostrada, al azar y como **mínimo**, para obtener con certeza una esfera blanca?



## ¿Cómo reconocer un problema sobre certezas?

En la formulación de la pregunta, generalmente aparecen 3 frases básicas:

- Obtener con certeza/ seguridad
- Al azar
- Como mínimo / la menor cantidad

## ESTRATEGIA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE CERTEZAS :

Para obtener la condición planteada asumiremos que tenemos mala suerte y lo pedido no ocurre sino hasta el final (cuando ya no hay otra opción), es decir, analizaremos el problema dirigiéndolo al caso más extremo (el peor de los casos).

Como ejemplos:

- 1) Si buscas NEGRO, en el peor de los casos NO sale NEGRO, hasta el ÚLTIMO.
- 2) Si buscas ASES, en el peor de los casos, NO sale ASES, hasta el ÚLTIMO.
- 3) Si buscas números PARES, en el peor de los casos, NO sale PARES, hasta el ÚLTIMO.

## PROBLEMAS CON MONEDAS

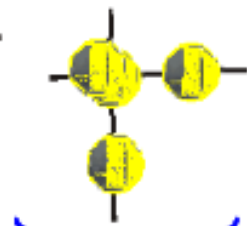
En este tipo de problemas debemos de tener en cuenta las siguientes pautas:

**I)** Cuando dos monedas son de la misma denominación, entonces son del mismo tamaño y peso.

**III)** En aquellos problemas donde nos pidan formar hileras o filas con cierta cantidad de monedas como mínimo, podemos considerar colocar una moneda sobre la otra.

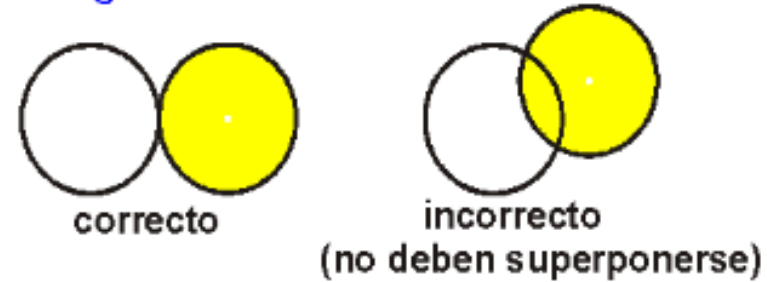


Dos filas de 3 monedas, formadas con 5 monedas.



Dos filas de 3 monedas, formadas con 4 monedas.

**II)** Se dice que dos monedas son tangentes cuando están en contacto como se muestra en el gráfico.



**IV)** Alrededor de una moneda se pueden ubicar exactamente, y en forma tangencial, 6 monedas de igual tamaño a ella (igual denominación).





### Ejemplo

¿Cuántas monedas de S/. 2 se pueden colocar, como máximo, alrededor de las que se muestran en el gráfico, tangencialmente, a éstas?



- A) 10    B) 11    C) 12    D) 13    E) 14

### Resolución:

Como sabemos que se pueden ubicar 6 monedas alrededor de otra, tangencialmente, entonces, haremos lo siguiente:



⇒ 12 monedas como máximo

**RPTA : "C"**

### Ejemplo

En el gráfico se muestran 9 monedas de igual tamaño. ¿Cuántas monedas se deben mover, como mínimo, para formar exactamente 10 hileras de 3 monedas cada una?

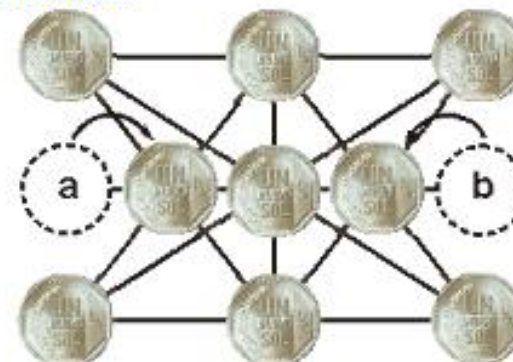
- A) 1  
B) 2  
C) 3  
D) 4  
E) 5



### Resolución:

Nos piden formar 10 hileras de 3 monedas cada una. Moviendo las monedas de a y b se obtienen

las 10 hileras.



Por lo tanto, se deben mover 2 monedas.

**RPTA : "B"**

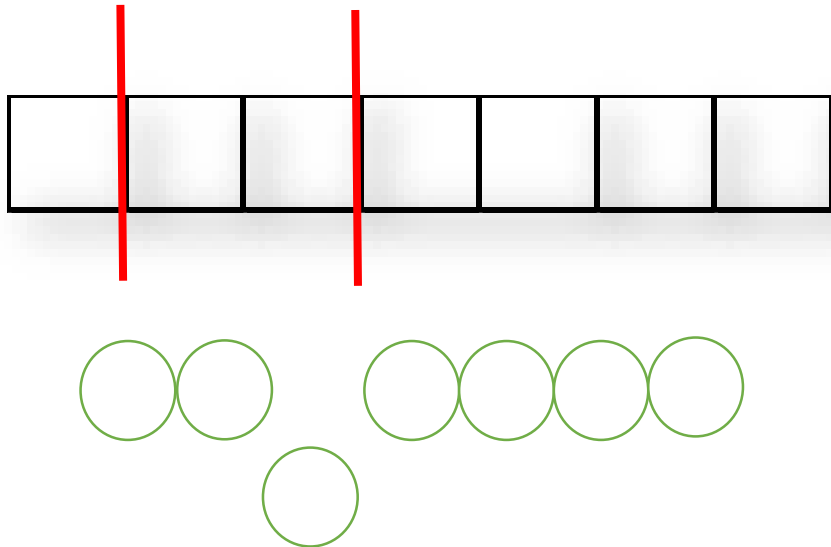
# PROBLEMA 1

En una ocasión, un caminante llegó a una posada en busca de alojamiento. Como no llevaba dinero le ofreció al posadero una cadena de plata de siete eslabones, con esta condición: "Señor posadero, le entregaré un eslabón al día para asegurarme de que pone todo su empeño en mi servicio". He aquí la pregunta: ¿Cuál fue el mínimo número de eslabones que tuvo que abrir el caminante para pagar al posadero por una semana de hospedaje?

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) no le paga

**Resolución:**

Barra de oro



Día	Se paga	Queda
1er día	1	2 - 4
2do día	2	1 - 4
3er día	1 - 2	4
4to día	4	1 - 2
5to día	1 - 4	2
6to día	2 - 4	1
7mo día	1 - 2 - 4	

**Clave: "A"**

# PROBLEMA 2

Se tiene 96 monedas de la misma forma y tamaño, pero una de ellas es la más pesada. ¿Cuántas pesadas cómo mínimo se deben hacer para determinar la más pesada usando para ello una balanza de 2 platillos?

A) 3

B) 1

C) 5

D) 4

E) 2

**Resolución:**

**REGLA GENERAL**

$$3^{k-1} < n \leq 3^k; k \in \mathbb{Z}^+$$

**Proceso:**

$$3^4 < 96 \leq 3^5$$

$$k = 5$$

**Clave: "C"**



# PROBLEMA 4

Para vender sus productos, un comerciante mayorista de papas sólo dispone de una balanza de 2 platillos y pesas de 3kg, 5kg y 7kg una de cada una. ¿Cuántas pesadas como mínimo utilizará para vender exactamente 26kg?

A) 2

B) 4

C) 3

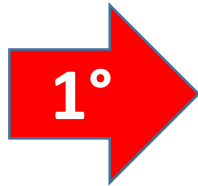
D) 5

E) 6

Datos:



Resolución:



Clave: "A"

# PROBLEMA 5

**Resolución:**

En el gráfico todas las monedas tienen igual diámetro. ¿Cuántas monedas iguales a las mostradas se pueden colocar, como máximo, tangencialmente?



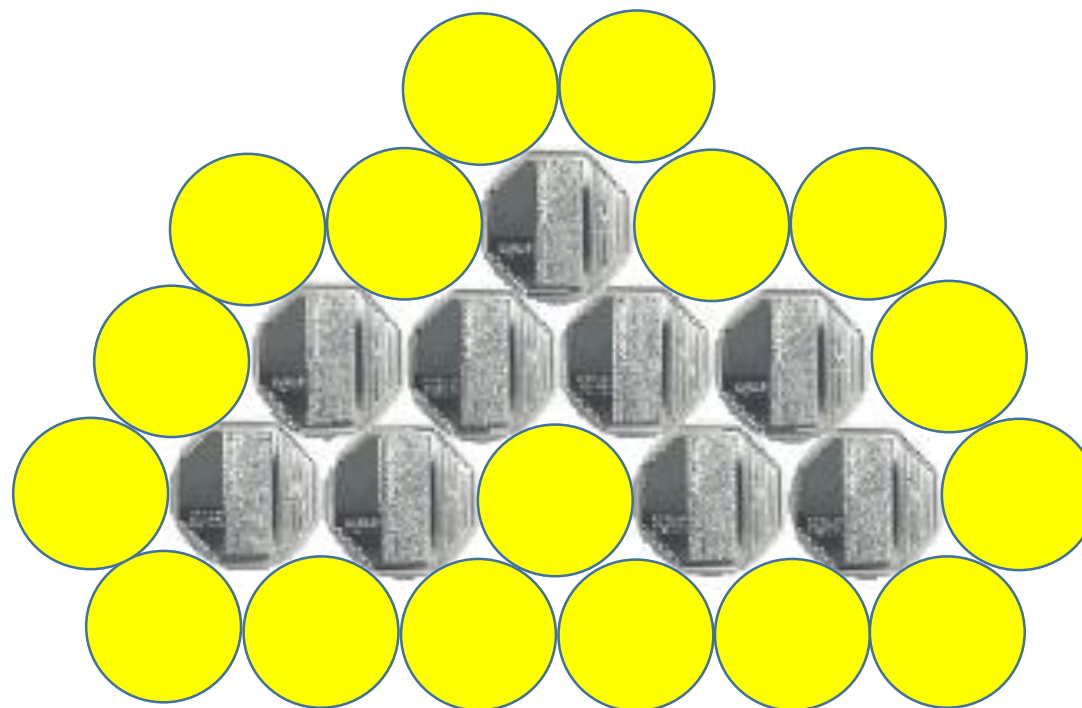
A) 19

B) 15

C) 20

D) 18

E) 17



**Clave: "E"**

# PROBLEMA 6

Al adquirir cierto vehículo, un comprador recibe 5 llaves, a saber: de la puerta, el encendido, la guantera, la maletera, el tanque de gasolina, ¿cuántas veces tendrá que probar las llaves como mínimo para saber con certeza la correspondencia entre llaves y chapas?

- A) 5                      B) 15                      C) 10                      D) 8                      E) 4

## Resolución:



4

3

2

1

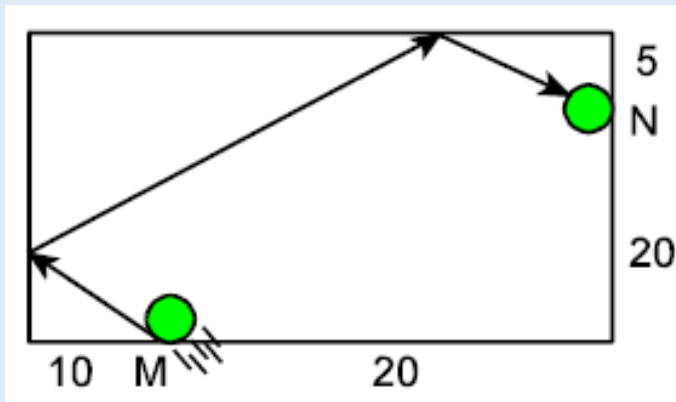
0

En el peor de los casos se realizarán las siguientes pruebas:

Clave: "C"

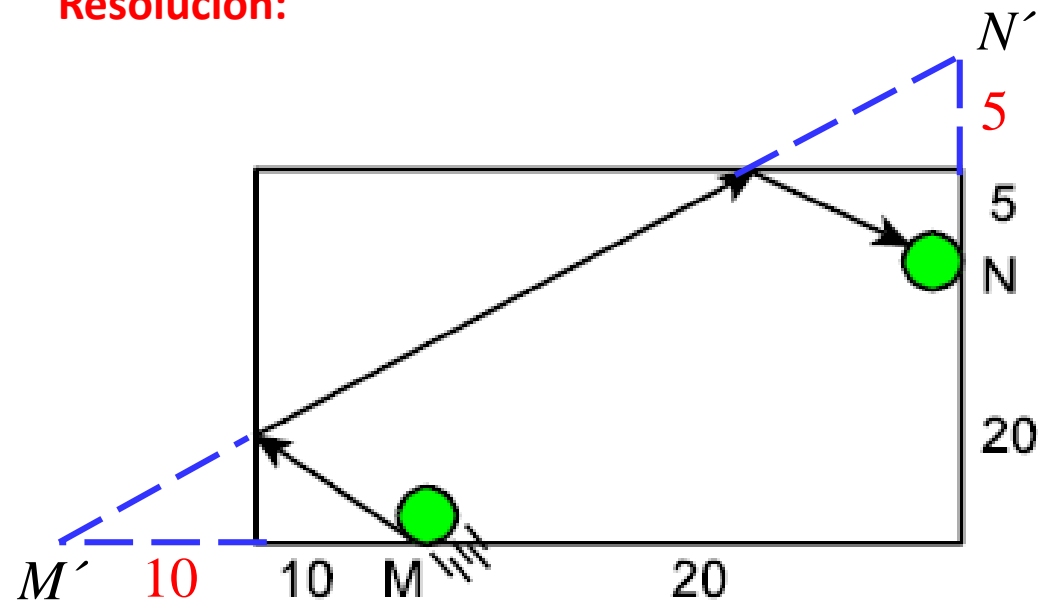
# PROBLEMA 7

El gráfico muestra una mesa de billar y el recorrido de una bola de M a N. ¿Cuál es el recorrido mínimo que puede realizar dicha bola si rebota en las bandas mostradas?

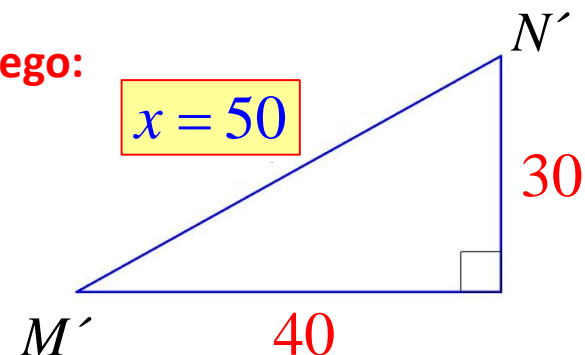


- A) 40      B) 42      C) 48  
D) 50      E) 56

Resolución:



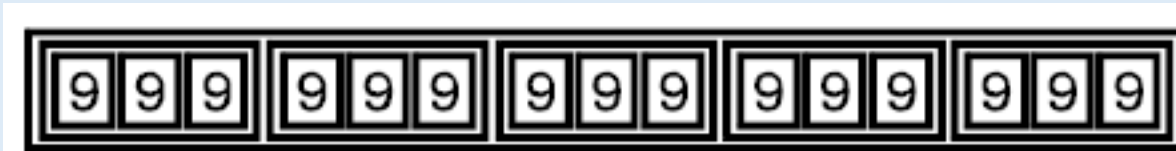
Luego:



Clave: "D"

# PROBLEMA 8

Daniel tiene un Baúl en el cual ha y 5 cofres, en cada cofre hay 3 cajas y en cada caja hay 9 monedas, además cada baúl, cada cofre y cada una de las cajas están cerradas con una cerradura. Si Daniel desea retirar 72 monedas, ¿Cuántas cerraduras como mínimo deberá abrir?



A) 15

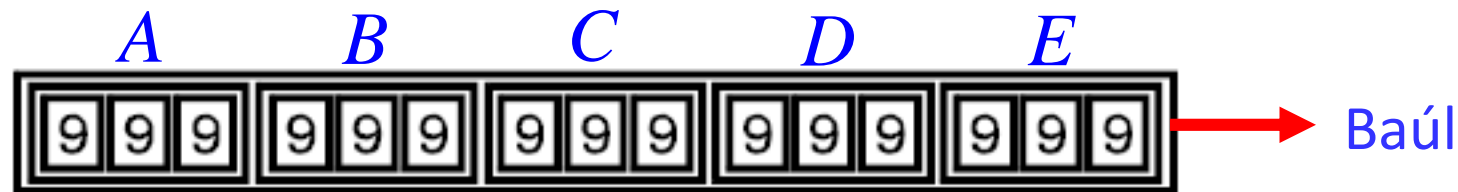
B) 10

C) 13

D) 16

E) 12

**Resolución:**



En el peor de los casos se abrirán:

$Baúl, A, B, C, A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, C_1, C_2$

**Clave: "E"**

# PROBLEMA 9

Determine el máximo valor de la siguiente expresión:

$$K = \frac{2x^2}{x^4 + 6x^2 + 4}$$

A) 2

B) 3

C) 1/3

D) 1/2

E) 1/5

**Resolución:**

$$K = \frac{2x^2}{x^4 + 6x^2 + 4}$$

$$K = \frac{\frac{2x^2}{x^2}}{\frac{x^4 + 6x^2 + 4}{x^2}}$$

$$K = \frac{2}{x^2 + 6 + \frac{4}{x^2}}$$

**Sabemos:**

$$MA \geq MG$$

$$\text{Para: } x^2, \frac{4}{x^2}$$

$$\frac{1}{2} \left( x^2 + \frac{4}{x^2} \right) \geq \sqrt{x^2 \cdot \frac{4}{x^2}}$$

$$x^2 + \frac{4}{x^2} \geq 4$$

**Luego:**

$$K_{\text{máx}} = \frac{2}{\underbrace{x^2 + \frac{4}{x^2}}_4 + 6}$$

$$K_{\text{máx}} = \frac{1}{5}$$

**Clave: "E"**



# PROBLEMA 10

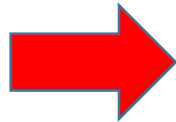
En una caja se tienen 21 fichas rojas, 20 blancas, 28 verdes, 11 negras, 11 azules y 9 amarillas. ¿Cuál es el mínimo número de fichas que se deben extraer para tener necesariamente 15 fichas de un mismo color?

- A) 31                      B) 43                      C) 74                      D) 22                      E) 20

## Resolución:

### Fichas

21 Rojas  
20 Blancas  
28 Verdes  
11 Negras  
11 Azules  
9 Amarillas



En el peor de los casos se extraen:

$$9Am + 11Az + 11Ne + 14Ve + 14Bl + 14Ro + 1 = 74$$

Clave: "C"

# PROBLEMA 11

Jorge tiene en un depósito 10 medias rojas, 6 azules y 12 blancas. ¿Cuántas medias deben extraerse al azar para obtener con certeza un par utilizable y del mismo color?

A) 12

B) 29

C) 16

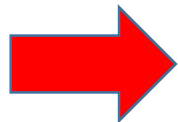
D) 14

E) 4

**Resolución:**

**Medias**

10 Rojas  
6 Azules  
12 Blancas



En el peor de los casos se extraen:

$$1Bl + 1Ro + 1Az + 1 = 4$$

**Clave: "E"**

# PROBLEMA 12

En una bolsa oscura hay 7 caramelos de limón, 5 de naranja, 9 de fresa y 10 de menta. Halle en cada caso, el menor número de caramelos a extraer para tener la certeza de conseguir:

I. al menos un caramelo de cada sabor

II. siete caramelos de un sabor

Dé como resultado la suma de ambos valores

A) 50

B) 51

C) 47

D) 48

E) 49

**Resolución:**

**Caramelos**

7 Limón  
5 Naranja  
9 Fresa  
10 Menta

*I. al menos un caramelo de cada sabor*

$$\Rightarrow 10Me + 9Fr + 7Li + 1 = 27$$

*II. siete caramelos de un sabor*

$$\Rightarrow 5Na + 6Me + 6Fr + 6Li + 1 = 24$$

**Clave: "B"**

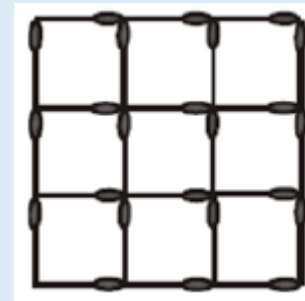
# PROBLEMA 13

La figura mostrada representa una estructura formada por 24 cerillos. ¿Cuántos cerillos hay que mover como mínimo para formar 36 cuadrados?

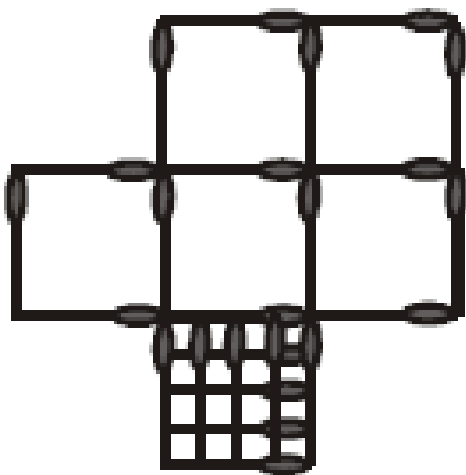
A) 3  
D) 6

B) 4  
E) 10

C) 5



**Resolución:**



Se debe mover 6 cerillos.

**CLAVE: "B"**

# PROBLEMA 14

Un padre deja de herencia el siguiente terreno a sus 4 hijos, con la condición de que los repartan en partes exactamente iguales. ¿Podrán repartirse la herencia? De ser posible indique el perímetro de una de los terrenos a repartirse

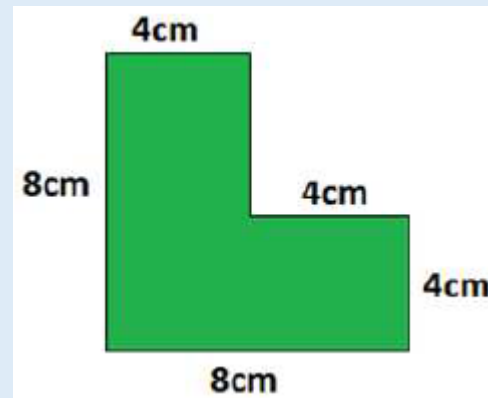
A) 12

B) 14

C) 16

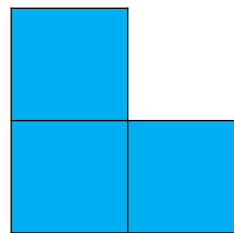
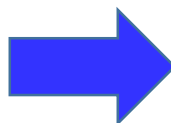
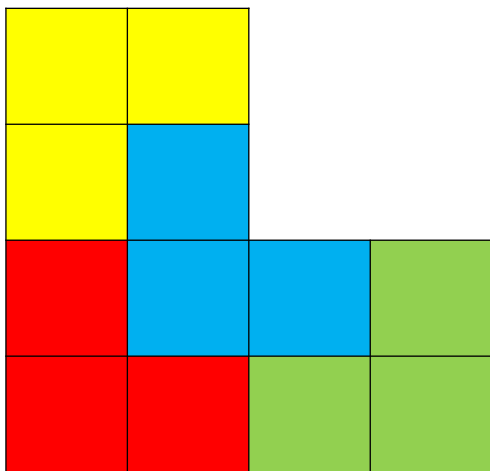
D) 18

E) FD



## Resolución:

Al dividir el terreno en 4 partes iguales, se tiene:



El perímetro de uno de los terrenos es:  
16 cm

Clave: "C"



**Quédate En Casa**



**¡GRACIAS !**



**PITAGORAS**  
ACADEMIA